Ю.Н.Журавлев

ЛК-УПРАВЛЕНИЕ АКТИВНЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОДШИПНИКАМИ

Введение

Активные магнитные подшипники (АМП) находят все более широкое применение для неконтактного подвеса высокоскоростных гироскопических роторов. Устойчивый подвес ротора осуществляется магнитными силами притяжения, действующими на ротор со стороны управляемых электромагнитов. Ограниченность ресурсов управления (сил,токов и напряжений) приводит, естественным образом, к оптимизационной постановке задачи управления подвесом - обеспечить заданные динамические свойства подвеса при минимальных значениях управляющих переменных. Теория управления дает большое число критериев и методов оптимизации. Одним из эффективных оптимальных методов управления является линейно-квадратическое, или ЛК-управление (линейный закон управления при квадратическом функционале качества), [1],[2],[3]. В данной статье используется следующая интерпретация ЛК-метода. Пусть дана линеная система управления

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

где $x - n$-мерный вектор состояния; $y - m$-мерный вектор выходной переменной; $u - m$-мерный вектор управляющей переменной; $A, B, C -$ постоянные матрицы. Требуется найти управление $u = u^0$, которое переводит систему (1) из произвольного начального состояния в нулевое состояние при минимальном значении интегрального квадратического функционала

$$\int_0^\infty [y^T(t)y(t) + \rho\, u^T(t)u(t)]dt \qquad (2)$$

где $\rho -$ положительный весовой скаляр. Известно, что оптимальный закон управления имеет вид

$$u^0 = -Gx, \qquad G = \rho^{-1}B^T P \qquad (3)$$

где $G - m \times n$ матрица коэффициентов усиления обратной связи;

$P - n \times n$ симметрическая матрица, являющаяся единственным положительно определенным решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$C^T C + A^T P + PA - \rho^{-1} PBB^T P = 0 \qquad (4)$$

Основная трудность метода заключается в необходимости решения уравнения Риккати (4), состоящего из $n(n+1)/2$ нелинейных алгебраических уравнений. Примеров систем, для которых существует аналитическое решение уравнения Риккати, очень мало.

Данная статья ставит своей целью показать, что имеется ,по меньшей мере, два вида систем управления АМП, для которых существует аналитическое решение уравнения

Риккати и, следовательно, замкнутое решение задачи ЛК-управления. Одна из систем - это одностепенной активный магнитный подвес. Другая система- это полный магнитный подвес гироскопического ротора с пятью степенями свободы.

1. Одностепенной подвес.

Система управления одностепенным подвесом описывается известным уравнением [4],[5].

$$m\ddot{y} - cy = hi \qquad (5)$$

где $y -$ управляемая координата; $m -$ масса подвешиваемого тела; $i -$ управляющий ток; $c -$ «отрицательная» позиционная жесткость; $h -$ токовая жесткость, или регулировочный коэффициент.

Заметим, что поскольку из двух полюсов объекта управления $s_1 = +k$ и $s_2 = -k$, где $k = \sqrt{c/m},$ один полюс вещественный положительный, разомкнутая система управления (5) неустойчива.

Применение к системе (5) процедуры ЛК-оптимизации (1)-(4) приводит к пропорционально-дифференциальному (ПД) закону управления вида

$$i^0 = -(g_1 y + g_2 \dot{y}) \qquad (6)$$

где коэффициенты усиления обратной связи определяются соотношениями

$$\begin{aligned} g_1 &= mk^2[1 + (1 + 1/\rho k^4)^{1/2}]/h, \\ g_2 &= \sqrt{2}mk[1 + (1 + 1/\rho k^4)^{1/2}]^{1/2} \ /h \end{aligned} \qquad (7)$$

Отсутствие доступной физической трактовки у весового параметра ρ затрудняет непосредственное использование выражений (7). Поэтому целесообразно заменить ρ некоторым другим более понятным для инженеров параметром. Для этого приведем полином оптимальной замкнутой системы $\varphi(s) = s^2 + (g_2 h/m)s + g_1 h/m - k^2$ к виду $\varphi(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$, где ω_0-желаемое значение собственной частоты подвеса без затухания; $\zeta -$коэффициент затухания. Приравнивая полиномы, имеем $\rho = (\omega_0^4 - k^4)^{-1},\ \ \zeta = \sqrt{(1 + k^2/\omega_0^2)}/2,$ откуда следует

$$\omega_0 \geq k,\ \ g_1 = m(\omega_0^2 + k^2)/h,\quad g_2 = m\sqrt{2(\omega_0^2 + k^2)}\ /h \qquad (8)$$

Закон управления, определяемый соотношениями (6) и (8), содержит варьируемый параметр ω_0, имеющий ясный физический смысл. Требуемые динамические свойства подвеса можно обеспечить соответствующим выбором значения ω_0.Заметим, что самый экономичный режим соответствует предельному случаю $\omega_0 = k, \rho \to \infty,$ т.е. случаю «дорогого» управления [4].

2. Магнитный подвес гироскопического ротора

Рассматривается гироскопический ротор, имеющий массу M, экваториальный J_1 и осевой J_3 центральные моменты инерции, вращающийся с постоянной угловой скоростью ω в АМП. Положение связанной с ротором системы осей относительно неподвижной системы осей $Oxyz$ определяется координатами x_c, y_c, z_c центра масс C и двумя углами поворотов φ_x и φ_y относительно осей x и y, соответственно. Вектор $q = (q_{1...,}q_5)^T = (x_c, y_c, z_c, \varphi_x, \varphi_y)^T$ обозначает выходную переменную системы. Активные магнитные подшипники имеют пять управляющих токов $i = (i_{1...,}i_5)^T$, которые генерируют обобщенные управляющие магнитные силы $F = (F_{1,...,}F_5)^T$ по закону

$$F = Cq + Hi \tag{9}$$

где C и H - соответственно 5х5 матрицы позиционных и токовых жесткостей.

Движение ротора описывается уравнениями

$$M\ddot{x}_c = F_1, M\ddot{y}_c = F_2, M\ddot{z}_c = F_3 \tag{10}$$

$$J_1\ddot{\varphi}_x + J_3\omega\dot{\varphi}_y = F_4, \qquad J_1\ddot{\varphi}_y - J_3\omega\dot{\varphi}_x = F_5 \tag{11}$$

Отметим, что уравнения (10) описывают поступательные движения ротора, а уравнения (11), связанные гироскопическими членами, - поворотные движения.

Применяя к каждой из трех систем с одной степенью свободы
(10) процедуру ЛК-оптимизации (1)-(4), легко установить, что оптимальные управляющие силы должны формироваться по закону $F_j^0 = -M(\omega_0^2 q_j + 2\zeta\omega_0\dot{q}_j), j = 1,2,3,$ где $\omega_0 = \rho^{-1/4} -$ желаемое значение собственной частоты поступательных движений ротора в подвесе без затухания; $\zeta = \sqrt{2}$ /2- оптимальный коэффициент затухания.

Применяя теперь к системе с двумя степенями свободы (11) процедуру оптимизации (1)-(4), можно убедиться, что матричное уравнение Риккати (4), содержащее десять нелинейных алгебраических уравнений, имеет аналитическое решение [5]. В результате получаем, что оптимальные управляющие моменты должны формироваться по закону

$$\begin{aligned} F_4^0 &= -J_1(k_1\varphi_x + k_2\dot{\varphi}_x + k_3\varphi_y) \\ F_5^0 &= -J_1(k_1\varphi_y + k_2\dot{\varphi}_y - k_3\varphi_x) \end{aligned} \tag{12}$$

где $k_1, k_2, k_3 -$ соответственно оптимальные коэффициенты жесткости, демпфирования и радиальной коррекции поворотных движений ротора, определяемые как

$$\begin{gathered} k_1 = \sqrt{g^4 / 16 + \Omega_0^4} - g^2 / 4, \\ k_2 = \sqrt{2k_1}, \;\; k_3 = g\sqrt{k_1 / 2} \end{gathered} \tag{13}$$

Здесь $g = \omega J_3 / J_1 -$ гироскопический параметр; $\Omega_0 = \rho^{-1/4} -$ желаемое значение собственной частоты поворотных движений невращающегося ротора.

Учитывая (9), оптимальные управляющие токи формируются по закону

$$\mathrm{i}^0 = H^{-1}(F^0 - Cq) \tag{14}$$

3. Реализация системы управления

Система управления подвесом гироскопического ротора включает в себя объект управления, датчики и регулятор. Объект управления состоит из ротора и АМП. Датчики измеряют перемещения ротора q и частоту вращения ω. Скорости $\dot{q}$ вычисляются либо дифференцированием, либо путем использования наблюдателя состояния. Регулятор обрабатывает поступающую с датчиков информацию и формирует на выходе усилителей мощности управляющие токи $\mathrm{i}=\mathrm{i}^0$. Синтезированная оптимальная система управления, вообще говоря, сложна в реализации, так как регулятор является многосвязным и зависящим от частоты вращения. В связи с этим возникает важный для практики вопрос о том насколько оправдано использование такого регулятора.

Упрощение регулятора может быть достигнуто, главным образом, за счет разбиения полной системы на пять не связанных между собой одностепенных подсистем с автономным управлением каждой подсистемой. Такой подход известен как децентрализованное, или раздельное управление. Например, Г.Швайцер [4], исходя из того, что гироскопическая связь не дестабилизирует систему, предлагает использовать децентрализованный регулятор, синтезированный для случая невращающегося ротора. При этом остается открытым вопрос о степени ухудшения качеств подвеса.

Численная проверка, выполненная в [6] на примере подвеса маховика инерционного накопителя энергии, показывает, что при оптимальном многосвязном управлении уровень амплитуд управляющих переменных при отработке дисбалансного возмущения примерно на порядок ниже, чем при раздельном управлении.

4. Заключение

В заключении наметим следующие два направления дальнейшего развития проблемы. Первое направление заключается в расширении перечня систем управления АМП, для которых существует аналитическое решение задачи ЛК-управления. Второе направление связано с установлением условий при выполнении которых рационально (или нерационально) использовать более простое раздельное управление.

Литература

1. Лурье А.И. Некоторые нелинейные задачи теории управления. Гостехиздат, М., 1951, 216с.
2. Kalman R.E. Contributions to the theory of optimal control. Bol.Soc.Mat.Mexicana, 5, 1960, p.p.102-119.
3. Kwakernaak H.,Sivan R. Linear Optimal Control Systems. Wiley-Interscience,1972,p.575.
4. Schweitzer G.,Bleuler H, Traxler A. Active Magnetic Bearings. Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, 1994,p.244.
5. Журавлев Ю.Н. Оптимизация силовой характеристики управляемого подвеса гироскопического ротора. Изв.вузов СССР, Приборостроение, №10, 1991,с.68-72.
6. Zhuravlyov Y.N., Afanasiev M.V., Lantto E. Inverse Problems of Magnetic Bearing Dynamics. Proc. of the 4 th Internat. Symposium on Magnetic Bearings (Zurich, Switzerland), Hochschulverlag AG and der ETH Zurich, 1994, p.p.79-84.