

СИНТЕЗ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МАГНИТНЫМ ПОДВЕСОМ ЖЁСТКОГО РОТОРА

Журавлёв Ю.Н.

(Псков)

Отсутствие смазки, высокий скоростной фактор, малое трение и малое потребление энергии, возможность работы в вакууме и в агрессивных средах, а также целый ряд других положительных качеств активных магнитных подшипников — способствует более широкому применению их в различных областях техники [1—5]. Задача синтеза линейной одномерной системы управления магнитным подвесом хорошо изучена [5—7]. Ротор, как твердое тело, имеет шесть степеней свободы, поэтому система управления его полным магнитным подвесом в общем случае является многомерной. Уравнения движения ротора в магнитном подвесе нелинейны, но в ряде случаев их можно линеаризовать и построить линейную систему управления.

В настоящей работе излагается методика синтеза линейной оптимальной многомерной системы управления магнитным подвесом недеформируемого (жесткого) ротора, обладающей минимумом интегральной квадратичной ошибки регулирования в переходных процессах, и исследуются, динамические свойства такой системы.

Свяжем с ротором систему осей $O\xi\eta\zeta$ так, чтобы ось $O\zeta$ совпадала с его геометрической продольной осью, а ось $O\xi$ проходила через центр масс C (рис. 1). Пусть $C\xi'\eta'\zeta'$ — система главных центральных осей инерции ротора с моментами инерции $J_{\xi'} = J_{\eta'} = J_1$, $J_{\zeta'} = J_3$. Неуровновешенность масс ротора характеризуется линейным параметром e и угловым параметром γ . Положение подвижной системы осей $O\xi\eta\zeta$ относительно неподвижной системы осей $Ox_0y_0z_0$ будем определять координата, x_0, y_0, z_0 у полюса O и корабельной системой углов ψ, ν, φ . Положим, $\varphi = \omega t$, где частота вращения ротора $\omega = \text{const}$. Через $q = (x_0, y_0, z_0, \nu, \psi)^T$ вектор-столбец обобщенных координат. Здесь и в дальнейшем T — символ транспонирования матрицы. Предполагается, что перемещения q и параметры неуровновешенности e и γ малы. Пусть магнитный подвес ротора содержит N управляемых электромагнитных контуров с токами i_k , активными сопротивлениями r_k , управляющими электродвижущими силами u_k , коэффициентами индукции L_{ks} , $k, s = 1, \dots, N$. Магнитные цепи контуров считаем линейными, вихревыми токами и магнитным гистерезисом пренебрегаем. Введем N -мерные вектор-столбцы токов $i = (i_1, \dots, i_N)^T$ и управлений $u = (u_1, \dots, u_N)^T$. При движении ротора меняется геометрия зазоров в магнитных цепях контуров, поэтому коэффициенты индукции L_{ks} зависят от обобщенных координат q . Выражения $L_{ks}(q)$ получены в работе [8].

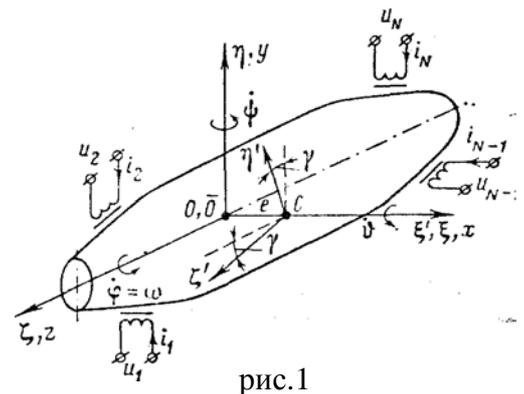


рис.1

Уравнения движения ротора запишем в виде [9]

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}_0 &= Q_1 + me\omega^2 \cos\omega t, & m\ddot{y}_0 &= Q_2 + me\omega^2 \sin\omega t, & m\ddot{z}_0 &= Q_3 \\
 J_1\ddot{\psi} + J_3\omega\dot{\psi} &= Q_4 - (J_1 - J_3)\gamma\omega^2 \sin\omega t, \\
 J_1\ddot{\nu} - J_3\omega\dot{\nu} &= Q_5 + (J_1 - J_3)\gamma\omega^2 \cos\omega t,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где m — масса ротора; Q, \dots, Q_5 — обобщенные силы.

Допустим, что обобщенные силы Q_j складываются из электромагнитной реакции подвеса P_j , и заданных сил: постоянной силы Q_{jc} , возмущающей силы $F_j(t)$ линейных

упругих и диссипативных составляющих т. е.

$$Q_j = P_j + Q_{jc} + F_j(t) - \sum_{r=1}^5 c_{jr}' q_r - \sum_{r=1}^5 b_{jr}' \dot{q}_r, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (2)$$

где c_{jr}' , b_{jr}' — заданные упругие и диссипативные коэффициенты. Электромагнитная сила определяется известным выражением [10]

$$P_j = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N \frac{\partial L_{ks}}{\partial q_j} i_k i_s, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (3)$$

Уравнения для токов имеют вид [10]

$$\sum_{s=1}^N L_{ks} i_s + \sum_{j=1}^5 \sum_{s=1}^N \frac{\partial L_{ks}}{\partial q_j} \dot{q}_j i_s + r_k i_k = u_k, \quad k = 1, \dots, N \quad (4)$$

Линеаризация уравнений (1)–(4) возможна, если управления u складываются из постоянной u_c и переменной $u_v(t)$ частей, т. е. $u = u_c + u_v(t)$. Тогда координаты q и токи i можно отыскивать также в виде суммы постоянной и переменной частей: $q = q_c + q_v(t)$, $i = i_c + i_v(t)$, $i_v(t) \ll i_c$. Постоянные составляющие удовлетворяют уравнениям статического равновесия системы

$$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N \frac{\partial L_{ks}(q_c)}{\partial q_j} i_{kc} i_{sc} - \sum_{r=1}^5 c_{jr}' q_{rc} + Q_{jc} = 0, \quad j = 1, \dots, 5, \quad r_k i_{kc} = u_{kc}$$

$$k = 1, \dots, N$$

Уравнения первого приближения имеют вид

$$M \ddot{q}_v + (H + B_1) \dot{q}_v + (C_1 - C_0) q_v - S i_v = f(t), \quad S^T \dot{q}_v + L i_v + R i_v = u_v \quad (5)$$

где q_v , i_v , u_v — вектор-столбцы переменных составляющих координат, токов и управлений; $f(t) = (F_1(t), \dots, F_5(t))^T + m\omega^2 (\cos \omega t, \sin \omega t, 0, 0, 0)^T + (J_1 - J_3)\gamma\omega^2 (0, 0, 0, -\sin \omega t, \cos \omega t)^T$ — вектор-столбец возмущающих сил; $M = \text{diag}(m, m, m, J_1, J_1)$ — инерционная матрица 5×5 ; $R = \text{diag}(r_1, \dots, r_N)$ — матрица $N \times N$ активных сопротивлений; $H = (h_{jr})$ — гироскопическая матрица 5×5 , в которой отличны от нуля только элементы $h_{45} = -h_{54} = J_3\omega$; $C_1 = (c_{jr}')$, $B_1 = (b_{jr}')$ — упругая и диссипативная матрица 5×5 ; $L = (L_{ks}(q_c))$ — индукционная матрица $N \times N$; $S = (S_{jk})$ — матрица $5 \times N$ связи координат и токов; $C_0 = (c_{jr}^0)$ — матрица 5×5 «отрицательных» жёсткостей магнитного подвеса.

Элементы матриц S и C_0 имеют вид

$$S_{jk} = \sum_{s=1}^N \frac{\partial L_{ks}(q_c)}{\partial q_j} i_{sc}, \quad c_{jr}^0 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N \frac{\partial^2 L_{ks}(q_c)}{\partial q_j \partial q_r} i_{ks} i_{sc}$$

Уравнения (5) приведём к нормальной форме

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + B_f f(t), \quad (6)$$

где $x = (q_v^T, \dot{q}_v^T, i_v^T)^T$ — n -мерный ($n = 10 + N$) вектор-столбец состояния системы; $u = u_v$ — N -мерная управляющая переменная; A , B , B_f — матрицы $n \times n$, $n \times N$ и $n \times 5$

соответственно.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & E & 0 \\ M^{-1}(C_0 - C_1) & -M^{-1}(H + B_1) & M^{-1}S \\ 0 & -L^{-1}S^T & -L^{-1}R \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L^{-1} \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

где E — единичная матрица, нулём обозначены нулевые блоки.

Дополним (6) уравнением выходной переменной

$$z(t) = D x(t), \quad (7)$$

где $z = (z_1 \dots z_5)^T$ — 5-мерная выходная переменная, элементы которой суть линейные комбинации координат q_v т. е. $z = D_1 q_v$ где D_1 — некоторая (в частном случае единичная) матрица 5×5 . Тогда $D = (D_1, 0, 0)$ — матрица $5 \times n$. В дальнейших расчетах предпочтительным является случай, когда все компоненты выходной переменной имеют одинаковую размерность: $z = (x_1, y_1, x_2, y_2, z_0)^T$, где x_1, y_1, x_2, y_2 — координаты выбранных определенным образом точек $O_1(0, 0, \zeta_1)$ и $O_2(0, 0, \zeta_2)$ па оси ротора $O\zeta$.

Система управления (6), (7) имеет неустойчивый объект управления $\dot{x}(t) = A x(t)$. Неустойчивость объекта объясняется действием на ротор дестабилизирующих потенциальных сил магнитного притяжения $C_0 q_v$, которые вызываются постоянными составляющими токов в контурах. Можно показать, что система будет управляемой, а значит, и стабилизируемой, если ранг матрицы S равен пяти.

Перейдем к задаче построения регулятора. Будем считать, что вектор-столбец состояния $x(t)$ можно измерить точно в любой момент времени, шум наблюдений отсутствует. Рассмотрим перевод системы (6), (7) при $f(t) \equiv 0$ из произвольного начального состояния $x(0)$ в нулевое состояние на бесконечном интервале времени. Введем оптимизирующий функционал

$$\Phi = \int_0^{\infty} [z^T(t) N_1 z(t) + \rho u^T(t) N_2 u(t)] \quad (8)$$

где N_1, N_2 — положительно определенные симметрические матрицы, обеспечивающие соответствующие размерности и физический смысл подынтегральных слагаемых; ρ — положительный весовой скаляр.

Оптимальная управляющая переменная $u(t) = u_0(t)$ доставляющая минимум критерию (8) на рассматриваемом движении системы, имеет вид линейного закона [11]

$$u_0(t) = -F x(t) \quad (9)$$

где $F = \rho^{-1} N_2^{-1} B^T P$ — матрица $N \times n$ коэффициентов усиления обратной связи, а P есть положительно определённая симметричная матрица $n \times n$, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Риккати $D^T N_1 D - \rho^{-1} P B N_2^{-1} B^T P + A^T P + A P = 0$.

Минимальная величина критерия (8), которая достигается при $u(t) = u_0(t)$, определяется выражением $\Phi_{\min} = x^T(0) P x(0)$.

Оптимальный закон управления (9) автоматически обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы управления

$$\dot{x}(t) = (A - BF) x(t) + B_f f(t). \quad (10)$$

Запас устойчивости определяется характеристическими числами матрицы $A - BF$. Интегрируя систему уравнений (10) при различных возмущениях, можно оценить бы-

стродействие, жесткость и другие динамические показатели подвеса ротора. Необходимые значения показателей достигаются соответствующим выбором весового параметра ρ . С уменьшением ρ увеличиваются быстродействие и жесткость подвеса, но при этом растут максимальные значения управлений $u(t)$. При $\rho = 0$ значения $u(t)$ будут бесконечно большими. В связи с этим задача решается методом проб: подбирается такое ρ , при котором динамические показатели подвеса близки к желаемым, а управления имеют приемлемые значения.

В качестве примера приведем решение задачи управления активным магнитным подвесом ротора экспериментальной модели высокоскоростного электрошпинделя (рис. 2). Модель выполнена на базе серийного шлифовального электрошпинделя ЭШ-120 / 0,4 (120 000 об / мин ; 0,4 кВт), путем замены шариковых подшипников (АМП) в шпиндельных узлах металлообрабатывающих станков. Приводная часть шпинделя состоит из асинхронного электродвигателя, имеющего статор 6 и короткозамкнутый ротор 12.

Магнитный подвес ротора включает два радиальных АМП, один осевой электрорегулятор (на рисунке не показан). Радиальный АМП состоит из укрепленной на валу 1 цапфы 13, пакета железа статора 3 с обмотками 4 и индуктивного датчика 5 радиальных перемещений цапфы. Пакет статора набран из листов электротехнической стали и имеет восемь полюсов. Обмотки полюсов соединены между собой попарно и образуют четыре электромагнитных контура, которые удерживают цапфу в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Цапфа набрана из листов стали в форме колец. Индуктивный датчик отличается от силового статора только меньшей толщиной пакета. Осевой АМП состоит из двух кольцевых электромагнитов 7 и 9, насаженного на вал ферромагнитного диска 8 и индуктивного датчика 10 осевых перемещений ротора. При отключенном подвесе или в аварийных ситуациях ротор опирается на аварийные подшипники 2 и 11 с бронзографитовыми вкладышами.

Магнитная связь между контурами радиальных АМП и осевого АМП отсутствует, поэтому уравнения подвеса ротора в радиальных направлениях и в осевом направлении не связаны между собой. Осевой подвес (рис. 3,а) имеет одну управляемую координату z_0 , и две управляющие переменные u_9, u_{10} . Решение задачи оптимального управления таким подвесом можно найти, например, в работе [7] и поэтому здесь не приводится.

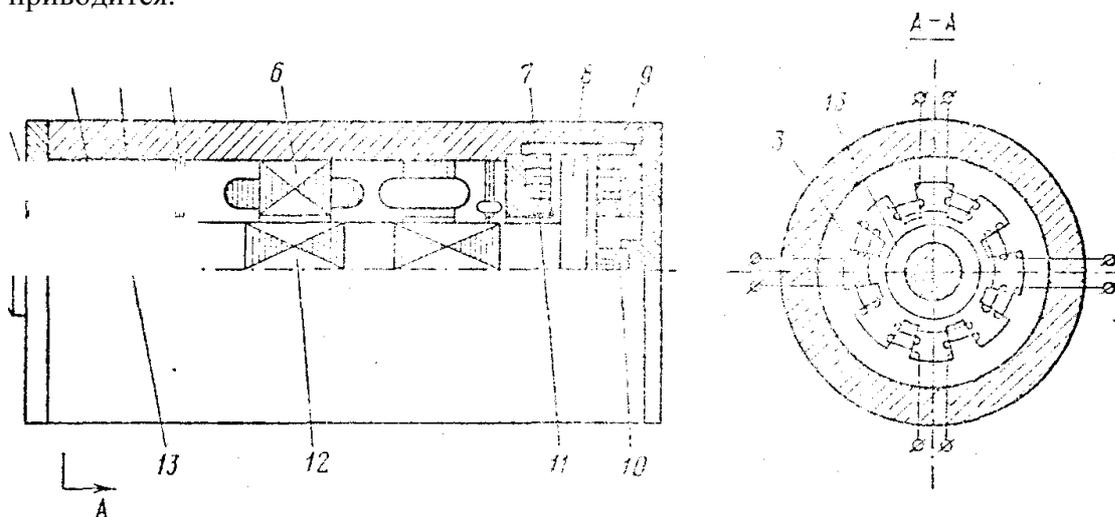


рис. 2

Радиальный подвес ротора (рис. 3,б) обеспечивается подшипниками АМП1 с контурами 1, 2, 3, 4 и АМП2 с контурами 5, 6, 7, 8, причём параметры подшипников неодинаковы. Объект управления описывается уравнениями вида (5)—(7), если в них положить $q = (x_0, \psi, y_0, v)^T$, $i = (i_1, \dots, i_8)^T$, $u = (u_1, \dots, u_8)^T$, $z = (x_1, y_1, x_2, y_2)^T$, $N = 8$, $n = 16$, $B_1 = C_1 = 0$, $M = \text{diag} (m, J_1, m, J_1)$, $R = \text{diag} (r_1, r_1, r_1, r_1, r_5, r_5, r_5, r_5)$, $h_{42} = -h_{24} = J_3 \omega$.

Предполагается, что в положении статического равновесия ось ротора совпадает с

продольными осями статоров подшипников, т. е. $q_c = 0$. Существенно, что в этом случае [8]: $L_{11}(0) = \dots = L_{44}(0) = \xi_1$; $L_{55}(0) = \dots = L_{88} = \xi_5$; $L_{ks}(0) = 0$,

$$\frac{\partial L_{ks}(0)}{\partial q_j(0)} = 0, k \neq s, k, s = 1, \dots, 8, j = 1, \dots, 4; \frac{\partial L_{rr}(0)}{\partial q_j} = -\frac{\partial L_{r-2, r-2}(0)}{\partial q_j}, r = 3, 4, 7, 8.$$

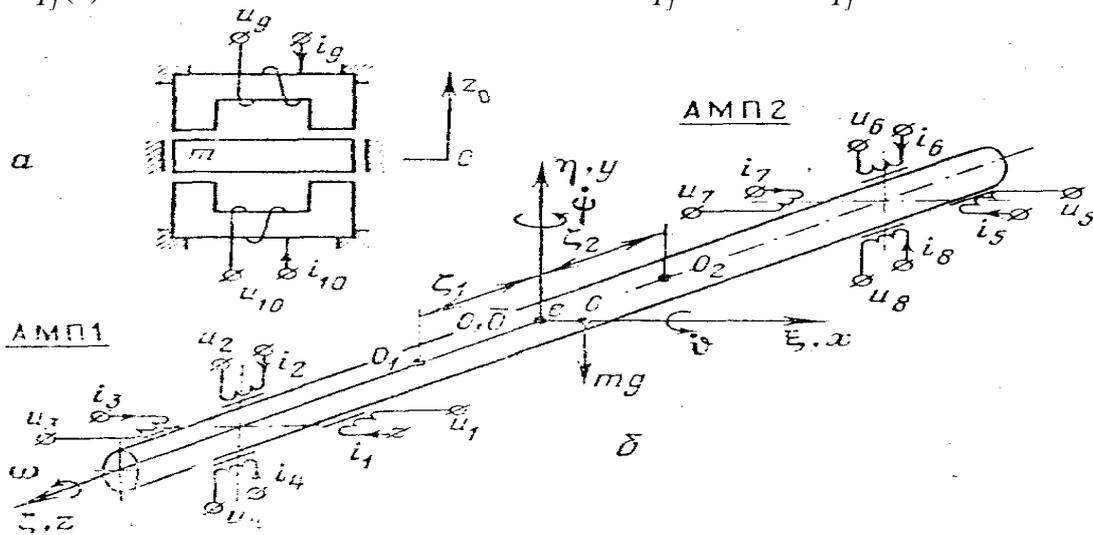


Рис. 3

Учитывая приведенные соотношения, перейдем в уравнениях (5) к новым токовым переменным: «разностным» токам $i' = (i'_1, \dots, i'_4)^T$ «суммарным» токам $I' = (I'_1, \dots, I'_4)^T$ по формулам

$$\begin{aligned} i'_1 &= i_{1v} - \beta_1 i_{3v}, i'_2 = i_{2v} - \beta_2 i_{4v}, i'_3 = i_{5v} - \beta_3 i_{7v}, i'_4 = i_{6v} - \beta_4 i_{8v} \\ I'_2 &= \beta_2 i_{2v} + i_{4v}, I'_3 = \beta_3 i_{5v} + i_{7v}, I'_4 = \beta_4 i_{6v} + i_{8v}, \text{ где} \\ \beta_1 &= i_{3c} / i_{1c}, \beta_2 = i_{4c} / i_{2c}, \beta_3 = i_{7c} / i_{5c}, \beta_4 = i_{8c} / i_{6c}. \end{aligned}$$

В результате получаем систему уравнений 12-го порядка для координат q и токов i'

$$M\ddot{q} + H\dot{q} - C_0 q - S_1 i' = f(t), S_1^T \dot{q} + L_1 i' + R_1 i' = u. \quad (11)$$

и систему уравнений 4-го порядка для токов

$$L_2 \dot{I}' + R_2 I' = U' \quad (12)$$

где $R_1 = \text{diag}(r_1/b_1, r_1/b_2, r_5/b_3, r_5/b_4)$; $R_2 = \text{diag}(r_1, r_1, r_5, r_5)$; $L_1 = \text{diag}(\xi_1/b_1, \xi_1/b_2, \xi_5/b_3, \xi_5/b_4)$; $L_2 = \text{diag}(\xi_1, \xi_1, \xi_5, \xi_5)$; $u' = (u_{1v} - \beta_1 u_{3v}, u_{2v} - \beta_2 u_{4v}, u_{5v} - \beta_3 u_{7v}, u_{6v} - \beta_4 u_{8v})^T$;

$$U' = (\beta_1 u_{1v} + u_{3v}, \beta_2 u_{2v} + u_{4v}, \beta_3 u_{5v} + u_{7v}, \beta_4 u_{6v} + u_{8v})^T;$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} a_1 i_{1c} & 0 & a_2 i_{5c} & 0 \\ c_1 i_{1c} & 0 & c_2 i_{5c} & 0 \\ 0 & a_1 i_{2c} & 0 & a_2 i_{6c} \\ 0 & -c_1 i_{2c} & 0 & -c_2 i_{6c} \end{bmatrix};$$

a_1, a_2, c_1, c_2 — расчетные коэффициенты; $b_k = 1 + \beta_k^2, k = 1, \dots, 4$.

Из уравнения (11), (12) видно, что движение ротора не зависит от управления U' , поэтому тождество $U'(t) \equiv 0$ является необходимым условием минимума оптимизирующего функционала (8). При $U'(t) \equiv 0$ подсистема (12) неуправляема, но асимптотически устойчива. Следовательно, задача построения регулятора радиального подвеса ротора сводится к задаче отыскания оптимальных управлений u' подсистемой (11), порядок которой на четыре единицы меньше порядка исходной системы. Оптимальный закон управления будет иметь вид $u'(t) = -F x'(t)$ где $x' = (q^T, \dot{q}^T, i'^T)^T$ вектор-столбец

состояния системы (11); F -искомая матрица 4×12 . Управления u_0 исходной системы связаны с новыми управлениями u' следующими соотношениями: $u_{1v} = u/b_1$, $u_{2v} = u_2'/b_2$, $u_{3v} = -\beta_1 u_{1v}$, $u_{4v} = -\beta_2 u_{2v}$, $u_{5v} = u_3'/b_3$, $u_{6v} = u_4'/b_4$, $u_{7v} = -\beta_3 u_{5v}$, $u_{8v} = -\beta_4 u_{6v}$.
 Ниже приводятся результаты расчетов оптимального регулятора и динамических свойств системы (11), выполненных по изложенной выше методике с помощью ЭВМ [12], при следующих значениях постоянных параметров: $m = 0,37$ кг; $Q_{3c} = -mg = 3,6$ Н; $J_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ кг \cdot м²; $J_3 = 2,8 \cdot 10^{-5}$ кг \cdot м²; $r_1 = r_5 = 4,5$ Ом; $\mathcal{L}_1 = 2,7 \cdot 10^{-3}$ Гн; $\mathcal{L}_5 = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн; $a_1 = 14,1$ Н / А², $a_2 = 10,3$ Н/А²; $c_1 = 0,8$ Нм/А²; $c_2 = -0,18$ Им/А²; $\zeta_1 = -\zeta_2 = 0,036$ м; $N_1 = E$; $N_2 = E$.

Варьируемые параметры ρ , ω , i_c изменялись в следующих областях:
 $\rho \in [10^{-15}, 10^{-7}]$ м²/В²; $\omega \in [0; 15000]$ с⁻¹; $i_c \in [i_c^{(1)}; i_c^{(2)}]$, где $i_c^{(1)} = (0,4; 0,64; 0,4; 0,32; 0,3; 0,64; 0,3; 0,2)^T$; $i_c^{(2)} = (0,8; 1,28; 0,8; 1,15; 0,6; 1,28; 0,6; 1,13)^T$ А.

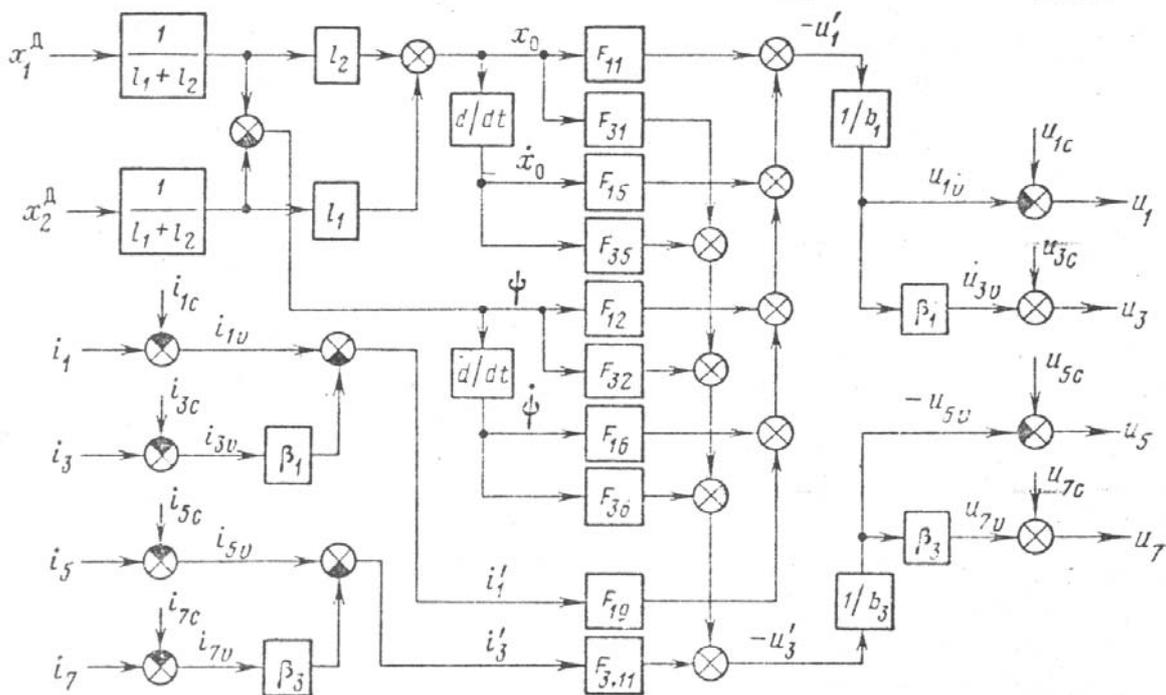


Рис. 4

Для каждого сочетания параметров ρ , ω , i_c вычислялись: матрицы P и F ; полюса оптимальной замкнутой системы как характеристические числа матрицы $A - BF$; переходные процессы в системе при различных начальных условиях $x'(0)$; амплитуды вынужденных колебаний: A_k , U_j и фазовые углы, φ_k , η_j , переменных $x'(t) = A_k \sin(\omega t + \varphi_k)$; $u_j'(t) = U_j + \sin(\omega t + \eta_j)$, $k = 1, \dots, 12$, $j = 1, \dots, 4$, вызванных неуравновешенностью ротора с параметрами $e = 1$, $\gamma = 0$, и $e = 0$, $\gamma = 1$.

Экспериментальная проверка проводилась при $i_c = \{i_c^{(1)}, i_c^{(2)}\}$, $\rho = \{3 \cdot 10^{-11}, 3 \cdot 10^{-10}\}$ м²/В², $\omega \in (0; 12\ 000)$ с⁻¹. Структурная схема алгоритма формирования управляющих напряжений u_1 , u_3 , u_5 , u_7 , представлена на рис. 4, где $l_1 = \zeta$, $l_2 = |\zeta_2|$ - расстояния от центра масс ротора до соответствующих датчиков радиальных перемещений; x_1^D, x_2^D - измеренные датчиками радиальные перемещения точек O_1 и O_2 оси ротора; $F_{11}, \dots, F_{3,11}$ - элементы матрицы коэффициентов усиления обратной связи F . По аналогичной схеме формируются напряжения u_2, u_4, u_6, u_8 .

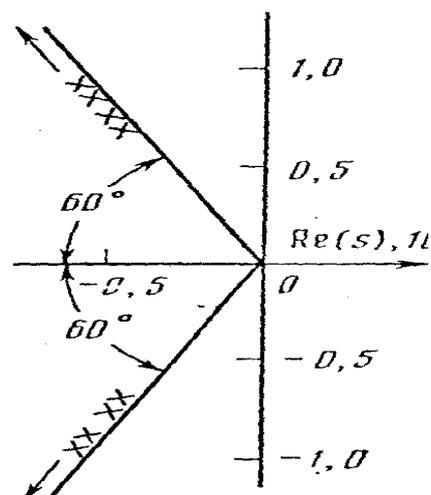
Описание функциональной схемы регулятора можно найти в работе [4].

Анализ расчетных и экспериментальных результатов показывает, что элементы матрицы F и динамические свойства исследуемой системы существенно зависят от ρ и i_c и, вследствие слабого проявления гироскопического эффекта, практически не зависят от частоты вращения ω . По этой же причине отсутствует взаимная связь между системами управления подвесом ротора в плоскостях xz (координаты x_0, ψ) и yz (координаты

y_0, v). В таблице в качестве примера приведены значения всех практически отличных от нуля элементов первой строки матрицы F в функции ρ и i_c .

Оптимальная замкнутая система (11) имеет четыре вещественных и восемь

Комплексно - сопряженных устойчивых полюсов. На рис. 5 показано распределение полюсов при $\rho = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{В}^2$, $i_c = i_c^{(1)}$. При уменьшении ρ комплексно-сопряженные полюса асимптотически приближаются к прямым линиям, которые пересекаются в начале координат и образуют с отрицательной и вещественной осью углы $\pm 60^\circ$. Направления траектории полюсов при уменьшении ρ и при увеличении i_c на рис. 5 показаны стрелками. Расстояния от полюсов до начала координат пропорциональны $\rho^{-1/6}$. При увеличении i_c в 2 раза эти расстояния увеличились в $\sqrt{2}$ раз.



Расчеты переходных процессов показывают, что быстродействие системы растет с уменьшением ρ и с увеличением i_c , но при

этом растут наибольшие значения управлений u_{\max} . Колебательность в переходных процессах отсутствует, перерегулирование не превышает 10%. Значения оптимизирующего функционала Φ_{\min} и управления в переходных процессах при начальных условиях $x'(0) = (10^{-6} m, 0, \dots, 0)^T$ приведены в таблице. Расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (пунктирные линии) графики $x_0(t)$ при $i_c = i_c^{(1)}$ представлены на рис. 6 а. Кривые 1 соответствуют случаю $\rho = 3 \cdot 10^{-10}$, кривые 2 – $\rho = 3 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{В}^2$. Более высокие значения перерегулирования, полученные в эксперименте, объясняются влиянием неучтенных в расчетах постоянных времени звеньев реального регулятора, обеспечивающих его техническую реализацию.

По этой же причине имеются количественные различия между расчетными (сплошные линии) и экспериментальными (пунктирные линии) амплитудно-частотными характеристиками $A_k(\omega)$ вид которых (рис. 6, б) характерен для роторов на упруго-демпферных опорах с логарифмическим декрементом колебаний $\Delta \approx 2.0$, [9, с. 137]. Амплитуды A_1 и A_3 поступательных перемещений и амплитуды A_2 и A_4 угловых перемещений ротора максимальны на одинаковой частоте ω_0 . Частота ω_0 является собственной частотой подвеса. Зная ω_0 , можно вычислить коэффициенты жесткости подвеса: $c_x = m\omega_0^2$ - при поступательных перемещениях и $c_\psi = J_1\omega_0^2$ - при угловых перемещениях ротора. Значения c_x и c_ψ пропорциональны $\rho^{-1/3}$ и i_c . Амплитуды управлений U_j возрастают пропорционально ω и принимают наибольшие значения $U_{j \max}$ на мак-

$\rho, \text{м}^2/\text{В}^2$	i_c	$F_{11}, 10^5 \text{ В/м}$	$F_{12}, 10^3 \text{ В}$	$F_{15}, \text{Вс/м}$	$F_{16}, \text{Вс}$	$F_{19}, \text{Ом}$	$\Phi_{\min}, 10^{-9} \text{ м}^2 \text{ с}$	$u_{1 \max}, \text{В}$	$\omega_0, 10^3 \text{ с}^{-1}$	$C_x, 10 \text{ Н/м}$	$c_\psi, 10^3 \text{ Нм}$	$U_{1 \max}, \text{В}$	$I_{1 \max}, \text{А}$
$3 \cdot 10^{-10}$	$i_c^{(1)}$	0,64	3,7	75	4,9	3,0	4,6	0,06	1,25	0,58	0,94	0,9	0,06
	$i_c^{(2)}$	1,0	5,8	67	4,3	4,0	4,8	0,1	1,75	1,13	1,84	0,8	0,05
$3 \cdot 10^{-11}$	$i_c^{(1)}$	1,7	9,6	158	10,2	4,4	2,9	0,17	1,85	1,26	2,05	1,8	0,12
	$i_c^{(2)}$	2,2	12,5	133	8,5	5,7	2,6	0,22	2,6	2,5	4,0	1,5	0,1

но допустимой частоте вращения $\omega_{\max} = 12 \text{ 000 с}^{-1}$. Амплитуды токов I_j , с увеличением ω асимптотически приближаются к значениям $I_{j \max}$. Амплитуды $U_{j \max}$ и $I_{j \max}$ растут с уменьшением ω , но уменьшаются с увеличением i_c . Значения ω_0 , c_x , c_ψ , $U_{1 \max}$, $I_{1 \max}$, приведены в таблице. Из нее видно, что при увеличении i_c одновременно увеличивается жесткость подвеса и снижаются ам-

плитуды напряжений и токов, т. е. ресурс управления используется полнее.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что оптимальная в смысле минимума интегральной квадратической ошибки регулирования линейная система управления магнитным подвесом ротора

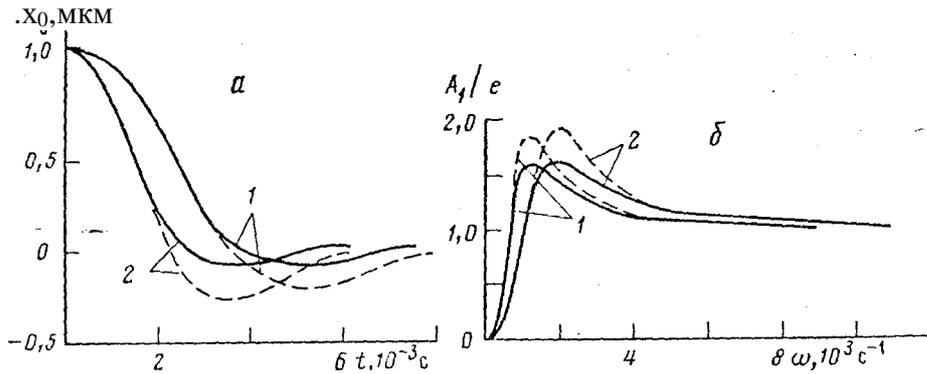


Рис. 6

обладает достаточно высокими динамическими показателями. Этот вывод подтверждается также результатами производственных испытаний рассмотренной выше модели электрошпинделя на операциях скоростного шлифования. Полученные при испытаниях показатели качества обработки деталей по меньшей мере не ниже соответствующих показателей, получаемых на базовом электрошпинделе с шариковыми подшипниками (методика и результаты испытаний составляют предмет отдельного обсуждения, поэтому здесь не приводятся).

ЛИТЕРАТУРА

1. Хаберман Х., Лиард Г. Активный магнитный подшипник // Экспресс-информация. Детали машин. М., ВИНТИ, 1978, № 12, с. 1 – 7.
2. Вейнберг Д.М., Верецагин В. П., Данилов-Нитусов Н.Н., Шереметьевский Н.Н. Системы магнитного подвеса в исполнительных органах управления ориентацией космических аппаратов // Изв. АН СССР, МТТ. 1981. №3, с. 152-157.
3. Лучин Г. Л. Создание магнитных опор для роторов турбомашин // Энергетическое машиностроение (НИИЭ информэнергомаш). 1982. X; 3. (2—82—03). 30с.
4. Журавлев Ю. Н., Ветлицин А.М., Хмылко Н. В. Экспериментальное исследование электромагнитных опор для высокоскоростных роторов // Станки и инструмент. 1982. № 5. С. 13-14.
5. Витков Ю. Д., Иванов В. И. Магнитные опоры в автоматике. М.: Энергия. 1978. 160с.
6. Воронков В. С., Поздеев О. Д. Оптимизация системы стабилизации магнитного подвеса // Изв. вузов. Приборостроение. 1979. № 9. С. 53—57.
7. Хмылко П. В. Разработка и исследование системы автоматического управления активным магнитным подвесом высокоскоростного ротора: Автореф. дис.... канд. ЛПИ, 1981. 19 с.
8. Журавлёв Ю. Н. Электромагнитные силы в радиально-упорном коническом электромагнитном подшипнике // Электричество. 1982. У: 11. С. 61—63.
9. Позняк Э.Л. Колебания роторов // Вибрации и технике. Т. 3. М.; Машиностроение. 1980. С. 130-189.
10. Хаджаев К. Ш. Колебания нелинейных электромеханических систем // Вибрации в технике. Т. 2. М.: Машиностроение. 1979. С. 3:11—347.
11. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир. 1977, 650 с.
12. Боговой И. Г., Журавлев Ю. Н. Синтез системы автоматического управления радиальными электромагнитными подшипниками // Алгоритмы и программы. Информ. бюл. ВНИИЦ. 1984. № 6. (63) ..С. 69.

Поступила в редакцию 8.X.1980